

## **Análise comparativa dos planos de benefício definido ofertados pelos fundos de pensão no Brasil: solvência, agrupamentos e discriminação de planos**

*Comparative analysis of defined benefit plans offered by pension funds in Brazil: solvency, groupings and breakdown of plans*

Submetido: 04/11/2022. Aprovado: 05/08/2023

Processo de Avaliação: Double Blind Review- DOI <https://doi.org/10.21710/rch.v34i.679>

Rafaela Meriele Coelho Silva - [rafaela\\_meriele@hotmail.com](mailto:rafaela_meriele@hotmail.com) - <https://orcid.org/0000-0003-2874-280X>

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Luiz Carlos Santos Junior- [luiz.atuario@gmail.com](mailto:luiz.atuario@gmail.com) - <https://orcid.org/0000-0003-1849-7652>

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

### **RESUMO**

O objetivo deste trabalho foi analisar, de maneira comparativa, os planos de benefício definido ofertados pelas Entidades Fechadas de Previdência Complementar no Brasil, quanto à solvência, suas similaridades e diferenças. Para isso, foram utilizadas informações contidas nos demonstrativos atuariais de 229 planos de Benefício Definido, no ano de 2020, disponibilizados pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar. Primeiramente, foi verificado que, a partir da insuficiência de cobertura, 136 planos eram solventes, enquanto 93 eram insolventes àquela data. Posteriormente, foi realizada a análise de

*cluster* com o intuito de agrupar os planos conforme as suas similaridades; a partir dessa análise, foram sugeridos 5 agrupamentos de planos previdenciários e, a partir disso, foi realizada a análise discriminante a fim de classificar os novos planos em um dos grupos. Assim, destacam-se as seguintes características como as melhores discriminantes de grupos, com êxito em 85,48% das classificações: número de participantes ativos, reserva matemática, tábua de mortalidade modificada, patrimônio de cobertura, insuficiência de cobertura, ativo líquido, *duration* do passivo, custo normal do ano e fundo previdencial.

**Palavras-Chave:** análise multivariada de dados, planos de benefício definido em fundos de pensão, solvência.

## **ABSTRACT**

*The objective of this work was to analyze, in a comparative way, the defined benefit plans offered by the Closed Private Pension Entities in Brazil, in terms of solvency, their similarities and differences. For this, information contained in the actuarial statements of 229 Defined Benefit plans, in 2020, made available by the National Superintendence of Complementary Pensions was used. First, it was verified that, from the insufficiency of coverage, 136 plans were solvent, while 93 were insolvent at that date. Subsequently, cluster analysis was performed in order to group the plans*

*according to their similarities; from this analysis, 5 groupings of pension plans were suggested, and, from this, a discriminant analysis was performed in order to classify the new plans in one of the groups. Thus, the following characteristics stand out as the best discriminators of groups, with success in 85.48% of the classifications: number of active participants, mathematical reserve, modified mortality table, hedge equity, insufficient coverage, net assets, liability duration, normal cost of the year and pension fund.*

**Keywords:** *defined benefit plans in pension funds, multivariate data analysis, solvency.*

## **1. INTRODUÇÃO**

Segundo Lazzari e Castro (2016), previdência social é o sistema que, mediante contribuição, assegura aqueles que exercem algum tipo de atividade laborativa, bem como os seus dependentes, em casos de morte, invalidez, idade avançada, doença, acidente de trabalho e desemprego voluntário, considerados eventos de causa infortunistica, entre outras situações que exigem amplo amparo financeiro.

Beltrão et al. (2004) afirma que de uma forma macro, a estrutura previdenciária brasileira é formada pela Previdência Social – PS (obrigatória a todos os trabalhadores) e pela Previdência Complementar – PC (facultativa aos trabalhadores). A PC, por sua vez, subdivide-se em dois pilares: Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC) e Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC), também conhecidas como fundos de pensão. A principal diferença conceitual entre ambas se refere aos requisitos para adesão, uma vez que para ingressar em um plano de EFPC, o indivíduo deve, necessariamente, integrar determinado

grupo, normalmente vinculado a uma empresa ou a um conglomerado. Já os planos ofertados por EAPC são abertos ao público em geral.

Dentro da previdência complementar, os planos podem ser de Contribuição Definida (CD), Contribuição Variável (CV) ou de Benefício Definido (BD). Dos três citados, o plano BD é o único que apresenta risco atuarial, tanto na fase de contribuição, quanto na fase de percepção de benefícios, ou seja, o único que possui sua solvência condicionada à concretização das premissas atuariais. Segundo Rodrigues (2008), a solvência em planos BD deve ser garantida a partir da relação entre os ganhos de investimento, em função da manutenção do estoque de capital, que, necessariamente, deve fazer frente às reservas matemáticas, e dos fluxos previdenciais, que são de suma importância no pagamento de benefícios em acontecimento. Assim, o desenvolvimento dos métodos de cálculos atuariais auxilia a mensuração e o gerenciamento de riscos dos planos previdenciários, de modo que se alcance o equilíbrio, ou seja, que se evitem situações de déficit ou superávit (Dias & Santos, 2009).

Diante da possibilidade de déficit em planos previdenciários e do impacto que isso provoca sobre participante e patrocinador, a presente pesquisa se propõe a analisar, de forma comparativa, similaridades e diferenças de planos de benefício definido ofertados pelas EFPC no Brasil, no âmbito da solvência, a partir de dados coletados nos Demonstrativos Atuariais de 2020 disponibilizados pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc). Para tanto, especificamente, descreve-se a solvência dos planos de maneira exploratória; agrupam-se os planos de fundos de pensão similares por meio da análise multivariada de agrupamentos; classificam-se os planos de fundos de pensão, de acordo com os grupos formados na análise de agrupamentos, por meio da análise multivariada discriminante.

Diante do risco de insolvência observado em planos BD, dada a possibilidade de não concretização das premissas atuariais adotadas, torna-se necessário o entendimento dos fatores que impactam a solvência desses planos e, conseqüentemente, a sua capacidade de honrar seus compromissos financeiros correntes e futuros. Dessa forma, o trabalho se mostra relevante, pois dá destaque a um tema pertinente a diversos agentes econômicos, trabalhadores, corporações e governo, de acordo com Santos Júnior (2020). Além disso, a presente pesquisa contribui no que se refere à abordagem, analisando-se os planos de previdência sob a perspectiva da análise estatística multivariada de dados, agrupando os planos de benefícios por similaridades e discriminando-os conforme as suas diferenças.

Serão apresentados nos próximos tópicos: as fundamentações teóricas e empíricas relativas à solvência em planos BD ofertados por EFPC no Brasil; os aspectos metodológicos,

com explicitação da amostra, coleta, variáveis analisadas e modelos utilizados; os resultados obtidos e a conclusão.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1. Avaliação atuarial, tipos de planos previdenciários e solvência de planos em entidades fechadas de previdência complementar**

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) devem ser organizadas sob a forma de fundação ou sociedade civil, não possuem fins lucrativos e são criadas exclusivamente com o objetivo de operar planos destinados a grupos específicos de trabalhadores, conforme o art. 31 da Lei Complementar n. 109/2001; diferentemente das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EAPC), que são abertas a quaisquer indivíduos que desejem aderir a algum plano.

Segundo Nesse e Giambiagi (2020), o propósito de um fundo de pensão é o pagamento dos benefícios, sendo que o objetivo de capitalizar as reservas dá-se no interesse dos seus participantes, patrocinadores e instituidores. Dessa forma, os recursos capitalizados servem para compor o patrimônio, pagar os benefícios correntes e futuros e garantir a solvência da entidade. É importante ressaltar que em um plano BD o risco é compartilhado entre o patrocinador e os participantes, ou seja, o resultado é distribuído para ambos, em caso de superávit, e a amortização é realizada por ambos, em caso de déficit.

O resultado atuarial é calculado e obrigatoriamente apresentando em avaliação atuarial. Conforme o art. 2º, I, da Resolução CNPC n. 30, de 10 de outubro de 2018, a avaliação atuarial é “o estudo técnico elaborado por atuário devidamente habilitado, baseado em características biométricas, demográficas e econômicas da população analisada, por meio do qual a EFPC dimensiona o valor das reservas matemáticas e dos fundos previdenciais” (CNPC, 2018). Dessa forma, é possível estabelecer o plano de custeio capaz de proporcionar o equilíbrio econômico-financeiro e atuarial do plano de benefícios, meta dos planos de Benefício Definido (BD) e de Contribuição Variável (CV).

Reis (2019) considera que o foco deste estudo está no plano BD, onde o valor dos benefícios é previamente estabelecido, tendo as formas de contribuição e cálculo atuarial do benefício previstos no regulamento do plano – em caso de déficit, as contribuições são majoradas e, em caso de superávit, são diminuídas, suprimidas ou devolvidas. O plano BD é determinado atuarialmente, com base nas premissas adotadas (que são revisadas anualmente a

partir dos resultados alcançados), como, por exemplo: taxa de juros, expectativa de vida, crescimento do salário.

Logo, o risco de desequilíbrio atuarial em planos BD pode ocorrer em decorrência da não concretização das premissas atuariais, que são hipóteses econômicas e demográficas assumidas para a realização dos cálculos atuariais visando à garantia da solvência da entidade de previdência (Corrêa, 2018). É importante ressaltar a relevância de duas premissas para o cálculo atuarial de um plano BD: a tábua de mortalidade e a taxa de juros. Em relação à tábua de mortalidade, ela visa explicar o comportamento do evento “morte” referente ao grupo de segurados do plano. A partir de sua aderência, projeta-se a mortalidade da população, indicando assim, a quantidade de benefícios que deverá ser provisionado pelo plano. Em relação à taxa de juros, sabe-se que ela tem duas funções: representar a remuneração mínima dos ativos de investimento que garantem os benefícios oferecidos pelo plano; e representar a taxa de desconto atuarial utilizada para cálculo do valor presente dos benefícios e contribuições futuras relativas ao Plano (Rodrigues, 2014).

De acordo com Rodrigues (2014), os fundos de pensão estão baseados na relação de solvência entre suas disponibilidades e compromissos assumidos, denotada em (1):

$$\frac{AL_t}{PP_t} \quad (1)$$

O numerador representa o ativo líquido no tempo  $t$  e livre para a cobertura de compromissos (o ativo total subtraído do exigível contingencial, do exigível operacional e dos fundos não previdenciais); o denominador representa o passivo previdencial apurado no tempo  $t$  (representando o montante de recursos que devem estar disponíveis para arcar com os compromissos acerca do pagamento dos benefícios).

A expressão (1) pode apresentar três resultados distintos, trazendo consigo três cenários diferentes: se menor que 1, o plano é deficitário, ou seja, o passivo é maior que o ativo; se maior que 1, o plano é superavitário, isto é, o ativo é maior que o passivo; se igual a 1, equilibrado, com igualdade entre ativo e passivo. Ambos os desequilíbrios, deficitário e superavitário, podem ser prejudiciais aos agentes vinculados à entidade previdenciária, dado que interferem no consumo futuro ou imediato do contribuinte (Rodrigues, 2014).

## 2.2. Evidências empíricas

Segundo Gazzoni (2014), a solvência de um plano de benefícios, concomitantemente ao equilíbrio atuarial, está diretamente ligada à forma na qual é realizada a precificação do passivo atuarial. Consiste em porção do valor presente dos benefícios futuros, estimada por determinado plano de custeio e não prevista pelos custos normais futuros – *Actuarial Standard Board*. Existem três fatores que influenciam a precificação do passivo atuarial: o regime financeiro (repartição simples, repartição de capitais de cobertura e capitalização), o método de financiamento (capitalização financeira, agregado, idade de entrada, crédito unitário etc.) e as premissas atuariais adotadas (bases técnicas do cálculo atuarial, que podem ser demográficas, biométricas, econômicas e financeiras). Entre as premissas atuariais utilizadas, vale destacar a importância da taxa real de juros, uma vez que ela viabiliza a avaliação dos fluxos de receitas e despesas a valor presente, influenciando diretamente a análise de equilíbrio financeiro e atuarial do plano de benefícios. Dessa forma, para Gazzoni (2014), a utilização de uma taxa de juros adequada em relação à expectativa do retorno de investimentos é fundamental para a mensuração correta dos passivos atuariais. Portanto, as regras para precificação dos ativos, passivos e solvência são de extrema importância para evitar volatilidades nos resultados, uma vez que daí parte a mensuração de recursos necessários ao pagamento dos benefícios.

Para Souza e Costa (2015), a mensuração dos compromissos com planos BD acaba sendo de elevada complexidade em vista da necessidade de atribuição de premissas e estimativas que, provavelmente, não se realizarão com precisão, influenciando o valor apurado. Os autores citam que os fundos de pensão que utilizarem tábuas biométricas com expectativas de sobrevivência superior à tábua AT-83, ao se adaptarem, terão despesas com a variação das provisões matemáticas, que poderão incorrer em déficits, tendo em vista que o período estimado de pagamento de benefícios aos participantes será maior. Ou seja, a escolha da tábua de vida, juntamente com a taxa real de juros, é de suma importância para a correta mensuração do passivo atuarial.

De acordo com Paz (2001), um plano pode ficar insolvente pelas seguintes condições: a) contribuições cobradas em discordância com os benefícios assumidos; b) mortes, entradas em invalidez e sobrevivências de participantes em desacordo com as previsões da tábua biométrica utilizada; c) aplicações em investimentos que não proporcionem retornos no mínimo iguais à taxa real de juros adotada; e d) aplicações de recursos que não cubram a necessidade de liquidez.

Segundo Chan e Martins (2007), o equilíbrio dos planos de benefício definido pressupõe a harmonia entre os valores das contribuições e os compromissos assumidos. Pode-se dizer que a base do equilíbrio desses planos é o grau de aderência à realidade das premissas atuariais e no arranjo de gerenciamento securitário. O referido estudo destaca a premissa de ganho real dos investimentos (meta atuarial), em que é constatado que uma taxa de desconto fixa, em detrimento à uma taxa de desconto variável, pode ocasionar distorções na análise do plano em longo prazo. Entretanto, uma taxa de juros variável traz a dificuldade em estabelecer estrutura temporal de taxa de juros que reflita a realidade do plano, além de gerar alta complexidade operacional para mensurar o passivo atuarial.

Paralelamente à Previdência Complementar, o trabalho de Silva (2020) buscou a sustentabilidade de 70 RPPS do estado da Paraíba dos anos de 2015 a 2018. A partir da análise de regressão realizada, a autora verificou que as variáveis Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (ou Reserva Matemática de Benefícios a Conceder – RMBaC) e Valor Atual de Benefícios Futuros Encargos de Benefícios a Conceder tiveram maior impacto na determinação do resultado atuarial pela entidade.

### 3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1. Pesquisa, amostra e variáveis

Trata-se de uma pesquisa: quantitativa, sendo os dados coletados em formato numérico, com significados marcados pela expressão; objetiva; que utiliza-se aplicação de teorias, descritivas, pois mede o comportamento quantitativo de variáveis e analisa a associação entre elas; transversal, com dados coletados em um momento específico e *ex-post-facto*, pois analisa situação que já ocorreu

Quanto à população/amostra analisada, refere-se aos planos de benefícios definido, de custeio único, dos fundos de pensão brasileiros em funcionamento no ano de 2020. Os dados são secundários e foram obtidos por meio dos demonstrativos atuariais disponibilizados no site do Governo Federal, na aba referente à Previc.

As variáveis analisadas nesta pesquisa são: a solvência, medida conforme a expressão (1), além de diversas variáveis constantes nos demonstrativos atuariais: a) Dados da entidade – código da EFPC; b) Dados do plano – CNPB (Cadastro Nacional do Plano de Benefícios), situação (quanto ao funcionamento); c) Dados do atuário – nome do atuário; d) Informações da *duration* – duração do passivo utilizado no plano; e) Grupo de Custeio – número de participantes ativos; f) Dados das premissas atuariais – valor adotado (referência utilizada) da

tábua de mortalidade, entrada em invalidez e taxa de juros; g) Patrimônio – patrimônio de cobertura e insuficiência de cobertura; h) Fundos previdenciais – saldos de fundos previdenciais; i) Resultado do plano – resultado do exercício, ativo líquido, déficit, superávit e reservas matemáticas (total, concedidos e a conceder); j) Fonte dos recursos – total de contribuições dos participantes, dos assistidos e do patrocinador; e k) Total das reservas – custo normal do ano.

### 3.2. Tipos de análise

Sobre os dados foi realizada análise descritiva e de modelagem, qual seja, a análise multivariada de dados (de agrupamento e discriminante), descritas a seguir.

A análise descritiva, como o nome sugere, descreve e resume um conjunto de dados, em geral, por meio de medidas de tendência central e de dispersão. Nesse sentido, e visto que as variáveis de interesse se referem a frequências (número de participantes e beneficiários, por exemplo) e valores monetários (custo normal e passivo atuarial, por exemplo), são utilizadas as seguintes estatísticas: média, moda, mediana, mínimo, máximo, 1º e 3º quartis, desvio padrão e coeficiente de variação. Para detalhes sobre formulações, consultar Azevedo (2016).

A análise multivariada de dados pode ser definida como o conjunto de métodos que permitem a análise simultânea dos dados recolhidos para  $n$  conjuntos de indivíduos caracterizados por mais de duas variáveis (quantitativas ou qualitativas) correlacionadas entre si (Corrar et al., 2007). Suas técnicas são classificadas como de dependência ou de interdependência: se existe causalidade entre variáveis, utiliza-se alguma técnica de dependência, como análise discriminante e a de regressão; caso contrário, utiliza-se alguma técnica de interdependência, como a análise de correlação canônica e a de agrupamentos.

#### 3.2.1. Análise de agrupamentos

A análise de agrupamentos objetiva classificar uma amostra de indivíduos ou objetos em um pequeno número de grupos não predefinidos e mutuamente excludentes, com base nas semelhanças e diferenças entre eles. Assim, os planos são agrupados conforme algumas informações disponíveis nos Demonstrativos Atuariais, conforme a listagem da subseção 3.1.

Neste trabalho, o método da análise de agrupamento é sequencial, aglomerativo, hierárquico e sem superposição, referido como estratégia SAHN (Sokal & Rohlf, 1962; Sneath & Sokal, 1973 *apud* Padovani, 2016). Para chegar aos métodos SAHN, diferentes funções podem ser utilizadas, e a diferença entre elas se encontra no cálculo dos coeficientes de



similaridade entre os agrupamentos já formados e aos futuros agrupamentos. Logo, o processo se encerra quando todos os planos de benefício estiverem reunidos em grupos, o que pode ser ilustrado graficamente por meio da emissão do fenograma (Padovani, 2016).

Para medir os agrupamentos, Sokal e Rohlf (1962) propuseram o Coeficiente de Correlação Cofenética  $r_{cof}$ , que mede o grau de ajuste entre a matriz de similaridade original (matriz fenética  $\bar{f}$ ) e a matriz resultante da simplificação proporcionada pelo método de agrupamento (matriz cofenética  $\bar{c}$ ):

$$r_{cof} = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=j+1}^n (c_{jj'} - \bar{c})(f_{jj'} - \bar{f})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=j+1}^n (c_{jj'} - \bar{c})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=j+1}^n (f_{jj'} - \bar{f})^2}}, \quad (2)$$

em que

$$\bar{c} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=j+1}^n c_{jj'} \quad (3)$$

$$\bar{f} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=j+1}^n f_{jj'}. \quad (4)$$

Quanto maior for o valor do coeficiente supracitado, significa que menor será a distorção gerada pelo agrupamento de elementos. Para  $r_{cof} < 0,7$  não é indicado o uso do método (Padovani, 2016).

Essa análise foi realizada em ambiente R, por meio dos pacotes *stats* (R Core Team, 2020) e *cluster* (Maechler et al., 2022). Maiores informações, também podem ser obtidas em Ferreira (2011) e Corrar et al. (2007).

### 3.2.2. Análise discriminante

A análise discriminante objetiva entender as diferenças de grupos para prever a possibilidade de que um indivíduo, no nosso caso, um plano previdenciário, pertença a uma classe ou grupo predefinido em particular, com base em diversas variáveis e quando a única variável dependente é qualitativa. Noutros termos, ela auxiliará na identificação de quantas e quais informações disponíveis nos Demonstrativos Atuariais conseguem diferenciar e melhor classificar os planos.

A função discriminante pode ser obtida por meio da seguinte função:

$$Z_{jk} = a + W_1X_{1k} + W_2X_{2k} + \dots + W_nX_{nk}. \quad (5)$$

Nota-se que sua estrutura se assemelha a uma função de regressão múltipla.  $Z_{jk}$  representa o escore  $Z$  discriminante da função discriminante  $j$  para o objeto  $k$ ;  $a$  é o intercepto;  $W_i$  representa o peso discriminante para a variável independente  $i$ ; e  $X_{ik}$  é a variável independente  $i$  para o objeto  $k$ . Para detalhes sobre formulações, consultar Hair Jr et al. (2009).

Essa análise foi realizada em ambiente R, por meio dos pacotes *MASS* (Venables & Ripley, 2002), *klaR* (Weihs et al., 2005), *psych* (Revelle, 2022), *devtools* (Wickham et al., 2021), *lmtest* (Achim & Torsten, 2002).

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Análise descritiva

Foram analisados 229 planos de benefício definido, com apenas um grupo de custeio, ofertados por fundos de pensão brasileiros no ano de 2020. Com base na insuficiência de cobertura apresentada em cada plano, vide expressão (1), observou-se que 136 (59,39%) planos foram identificados como solventes, enquanto 93 (40,61%), insolventes.

Analisam-se descritivamente, ainda, a relação entre as tábuas biométricas e a solvência dos planos analisados. Mirando-se a frequência de uso, por parte dos planos, das tábuas de mortalidade, sem modificações (conforme constam originalmente no banco de dados), observa-se que o quantitativo de planos solventes e insolventes que utilizaram tais tábuas. A tábua mais utilizada nos planos BD em 2020 foi a AT-2000, conforme o esperado, visto que se trata da tábua biométrica referencial no segmento, de acordo com o §1º, art. 13, da Instrução Previc n. 33/2020. Assim, 142 planos utilizaram essa tábua e 89 deles apresentaram solvência. De modo geral, a pouca frequência observada pela maior parte das tábuas dificulta a observação do efeito da tábua de mortalidade geral sobre o status de solvência.

Em seguida, foi realizada a observação acerca do *status* de solvência do plano por modificação, ou não, da tábua de mortalidade utilizada, isto é, observou-se se há maior ou menor frequência de planos solventes/insolventes em função de utilizar-se uma tábua de mortalidade “original” ou modificada, aquela que, a partir de uma tábua de mortalidade “original”, agrava ou suaviza a mortalidade. Das observações realizadas, tem-se que 71 planos utilizaram tábuas de mortalidade suavizadas, 64,79% solventes e 35,21% insolventes.

Observou-se que 4 planos utilizaram tábuas agravadas, 100% dos planos solventes e 142 planos não utilizaram tábua modificadas, sendo 54,23% solventes e 45,77% insolventes. Dessa forma, observou-se uma prevalência de solvência em planos que utilizaram tábuas de mortalidade geral modificadas.

Depois, verificou-se o *status* de solvência do plano por tábua de entrada em invalidez. Desconsiderados os planos que não tinham benefícios que dependessem da entrada em invalidez, reduzindo de 229 para 161 o número de planos observados, nota-se que as tábuas mais utilizadas foram Light e Álvaro Vindas, tendo, respectivamente, 56,60% e 59,09% de seus planos solventes. A tábua de Álvaro Vindas provavelmente está entre as tábuas mais utilizadas por se tratar do parâmetro mínimo posto por lei.

Em seguida, foi realizada a observação acerca do *status* de solvência do plano por modificação (ou não) da tábua de entrada em invalidez utilizada, isto é, observou-se se há maior ou menor frequência de planos solventes/insolventes em função de utilizar-se uma tábua de entrada em invalidez “original” ou modificada (aquela que, a partir de uma tábua de entrada em invalidez “original”, agrava ou suaviza a entrada em invalidez). Constatou-se que 137 planos não utilizaram tábua de entrada em invalidez modificadas, sendo que 82 (59,85%) deles são solventes; por outro lado, 13 planos utilizaram tábua de entrada em invalidez suavizada e 9 (69,23%) deles foram solventes; e nenhum plano utilizou tábua de entrada em invalidez agravada. Dessa forma, observa-se um maior índice de solvência nos planos que modificaram a tábua de invalidez.

## **4.2. Análise multivariada de dados**

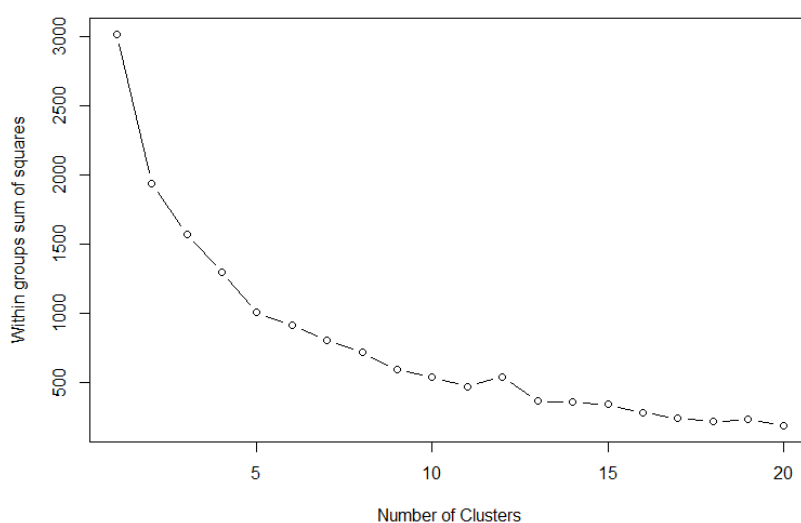
Essa análise é composta pelas análises de aglomerados e discriminante, que nesse caso agrupa e discrimina (classifica) planos BD ofertados por fundos de pensão no Brasil.

### **4.2.1. Análise de agrupamentos (cluster)**

Conforme citado na metodologia, a análise de *cluster* visa agrupar itens de acordo com suas semelhanças. Nesse caso, agrupam-se os planos de benefício definido a partir de suas similaridades. Para tanto, foram utilizadas as seguintes variáveis dispostas no banco de dados: sigla do plano, *duration* do passivo, número de participantes ativos, taxa real de juros, patrimônio de cobertura, insuficiência de cobertura, fundo previdencial, ativo líquido, reserva matemática, resultado do exercício, percentual da reserva matemática em relação ao resultado do exercício, déficit, equacionamento do déficit, superávit, reserva de contingência, reserva

especial, contribuições dos participantes, patrocinador e assistidos, e por fim, o custo normal do ano.

Antes de realizar o agrupamento, foram retirados da análise os planos que não possuíam informações completas sobre todas as variáveis analisadas, restando, dessa maneira, 160 planos sob análise. Além disso, foi realizada a normalização dos dados com base na função de escala, conforme indicado por R-Bloggers (2021). O próximo passo consistiu em calcular a matriz de distância das variáveis para assim iniciar o agrupamento. A partir da Figura 1, foi possível determinar a quantidade de *clusters* que melhor explicariam as semelhanças entre os planos.



**Figura 1**  
**Scree Plot**

Fonte: Elaboração própria via R.

O *scree plot* permite visualizar as variabilidades nos grupos, sendo que quanto maior for o número de clusters, menor é a soma dos quadrados (quanto maior esse valor, melhor a resposta do modelo, visto que determina a proporção de variação total). Dessa forma, determina-se que o número de *clusters* é igual a 5.

Em seguida, optou-se por não apresentar o dendrograma, dado que o grande número de planos (160) inviabiliza a visualização e o entendimento relacionados a cada etapa no processo de agrupamentos e consequente formação de 5 grupos. Esse resultado, no entanto, é passível de observação em outros tipos de *output* do modelo.

De forma resumida, destacam-se as seguintes variáveis de similaridade: patrimônio de cobertura, ativo líquido, reserva matemática, percentual da reserva matemática em relação ao

resultado do exercício, déficit técnico, superávit técnico, reservas de contingência e especial, contribuições de participantes, assistidos e patrocinador, custo normal. Desse modo, tem-se que a *duration* do passivo, a taxa real de juros, a tábua de mortalidade geral, tábua de entrada em invalidez e o *status* de solvência não foram tão importantes para agrupar os planos. Assim, tem-se que os planos foram agrupados não em função de premissas atuariais utilizadas, e sim conforme o seu porte (volumes monetários de entrada e saída), de modo que quanto maior a numeração do *cluster*, maior é o porte do plano, isto é: o *Cluster* 1 possui planos de menor porte que o 2; o 2 possui planos de menor porte que o 3; o 3 possui planos de menor porte que o 4; e o 4 possui planos de menor porte que o 5.

Conforme a Tabela 1, o *cluster* 5 possui apenas um plano em sua composição, o Plano da Petros do Sistema Petrobrás Repactuados (PPSP-R). Esse plano decorre do Plano Petros do Sistema Petrobrás (PPSP), criado em 1970, que, conforme o nome sugere, foi repactuado em 2018 (Petros, 2018). Em geral, os planos da Petros possuem valores muito altos – esse, em específico, foi o plano, entre os 160 que compõem esta análise, que apresentou os maiores valores referentes a patrimônio de cobertura, reserva matemática, contribuições (assistidos e patrocinador), custo normal etc. Ou seja, o plano se sobressai perante os demais em todas as variáveis quantitativas observadas no banco de dados, o que explica o seu isolamento em um *cluster*. Outro fator interessante acerca do plano é que o seu Índice de Cobertura Total é igual a 1,05, o que denota um equilíbrio entre os ativos do plano e os seus compromissos financeiros.

O *cluster* 4, por sua vez, é composto por apenas três planos: o Plano Petros do Sistema Petrobrás Não Repactuados (PPSP-NR), também criado em 2018; o Plano de Benefício Definido da Postalis (PBD) – saldado em 2008, conforme Postalis (2022a); e o Plano de Benefício Definido da Real Grandeza (BD), instituído desde o início das atividades da entidade, em 1972 (Real Grandeza, 2022). A *duration* do passivo, o Fundo Previdencial, o Ativo Líquido, a Reserva Matemática, a Reserva Matemática dos Benefícios Concedidos (RMBC) e a reserva especial dos três planos possuem valores próximos ou iguais. Os três planos também utilizaram taxas de juros próximas: 4,37%, 4,6% e 4,74%, respectivamente. Entretanto, na classificação de solvência a partir do patrimônio de cobertura, observa-se que o plano PBD foi insolvente, obtendo R\$ 6.957.746.783,97 de insuficiência de cobertura, diferenciando dos outros dois, que foram solventes no exercício de 2020, conforme a Tabela 1:

**Tabela 1**

**Número de planos por *cluster* observado de acordo com a análise de agrupamentos**

<i>Cluster</i>	1	2	3	4	5
Planos	103	42	11	3	1
	64,375%	26,25%	6,875%	1,875%	0,625%

Fonte: Elaboração própria.

O *cluster* 3 possui 11 planos de porte intermediário; o *cluster* 2 é composto por 42 planos; o *cluster* 1 possui 103 planos de pequeno porte. Adicionalmente, o *status* de solvência dos planos por *cluster* foi verificado e exibido na Tabela 2.

**Tabela 2**

**Solvência dos planos em cada *cluster***

<i>Cluster</i>	1	2	3	4	5
<b>Solvente</b>	65 (63,11%)	23 (54,76%)	6 (54,55%)	2 (66,67%)	1 (100%)
<b>Insolvente</b>	38 (36,89%)	19 (45,24%)	5 (45,45%)	1 (33,33%)	0 (0%)
<b>Total</b>	103 (100%)	42 (100%)	11 (100%)	3 (100%)	1 (100%)

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, realizou-se um teste qui-quadrado para analisar a hipótese nula de que “a proporção de planos solventes é igual entre os cinco grupos”. Como o valor  $p$  referente ao teste resultou em 0,7841, valor maior que o nível de significância de 0,05 aqui assumido, não se rejeita a hipótese nula, isto é, não possuímos evidências estatísticas que indiquem diferenças significativas da proporção de planos solventes entre os cinco grupos observados.

#### 4.2.2. Análise multivariada discriminante

Esse método visa encontrar uma combinação linear das variáveis que proporciona a melhor separação dos dados (R Bloggers, 2021). Neste caso, o objetivo é entender quais são as variáveis que melhor discriminam (diferenciam) os planos.

A intenção, no presente estudo, foi estimar a relação da variável dependente, definida a partir da análise de *cluster* (ou seja, a partir dos cinco grupos formados) com um conjunto de variáveis independentes, de acordo com as informações das demonstrações atuariais de planos BD ofertados por fundos de pensão brasileiros no ano de 2020.

Primeiramente foi realizada a partição dos dados, para fins de previsão e teste, onde 61,25% do conjunto de dados (98 planos) foi utilizado na etapa de treinamento (parte dos dados

utilizada para a modelagem) e 38,75% (62 planos) na etapa de teste (parte dos dados utilizada para a validação do modelo).

De acordo com o modelo ajustado, as variáveis independentes que melhor discriminam os grupos são: participantes ativos, reserva matemática, tábua de mortalidade modificada, patrimônio de cobertura, insuficiência de cobertura, ativo líquido, *duration* do passivo, custo normal do ano e fundo previdencial. E, com base nos dados de treinamento, isto é, no modelo gerado, os planos são classificados conforme indica a Tabela 3: 62,24% dos planos pertencem ao grupo 1; 25,51%, ao grupo 2; 9,19%, ao grupo 3; 2,04%, ao grupo 4; 1,02%, ao grupo 5.

**Tabela 3**

**Probabilidade a priori dos grupos**

<i>Cluster</i>	1	2	3	4	5
<b>Planos</b>	62,24%	25,51%	9,19%	2,04%	1,02%

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, apresentam-se na Tabela 4 os resultados da Análise Discriminante Linear (LDA), que determina as médias dos grupos e calcula, para cada plano, a probabilidade de pertencer aos diferentes grupos. O plano é então alocado no grupo com a pontuação de probabilidade mais alta.

Conforme a Tabela 2, PA é participantes ativos; RM, reserva matemática; TMGM1 é a tábua de mortalidade geral modificada 1, que indica que a tábua foi suavizada; TMGM2 é a tábua de mortalidade geral 2, que indica que a tábua foi agravada; TMGMNI é a tábua de mortalidade modifica não informada; PB é patrimônio de cobertura; IC é insuficiência de cobertura; AL é ativo líquido; DP é duração do passivo; CN é custo normal; FPDURE é fundo previdencial – destinação e utilização da reserva especial para revisão de plano.

**Tabela 4**

**Coefficientes dos discriminantes lineares**

Variáveis	LD1	LD2	LD3	LD4
PA	$7,297928 \times 10^{-5}$	$-1,009913 \times 10^{-4}$	$-6,984327 \times 10^{-5}$	$-6,448322 \times 10^{-5}$
RM	$-7,122531 \times 10^{-9}$	$-1,022734 \times 10^{-8}$	$-7,886741 \times 10^{-10}$	$2,370995 \times 10^{-9}$
TMGM1	$-3,099394 \times 10^{-1}$	$-2,076552 \times 10^{-1}$	$-9,575666 \times 10^{-2}$	$-2,079329 \times 10^{-1}$
TMGM2	$-6,043876 \times 10^{-1}$	$-1,032426 \times 10^{-1}$	$6,356273 \times 10^{-1}$	$2,587478 \times 10^{+0}$
TMGMNI	$-4,552964 \times 10^{-1}$	$-1,253098 \times 10^{-1}$	$-1,724306 \times 10^{-1}$	$2,144692 \times 10^{+0}$
PB	$-2,236654 \times 10^{-10}$	$-1,551952 \times 10^{-10}$	$-6,249739 \times 10^{-10}$	$-9,274556 \times 10^{-10}$
IC	$2,743168 \times 10^{-9}$	$4,076107 \times 10^{-9}$	$-1,055167 \times 10^{-9}$	$-6,424600 \times 10^{-10}$
AL	$9,066013 \times 10^{-9}$	$9,926295 \times 10^{-9}$	$1,300626 \times 10^{-9}$	$-1,619440 \times 10^{-9}$
DP	$-2,872782 \times 10^{-4}$	$1,664441 \times 10^{-4}$	$3,486065 \times 10^{-3}$	$1,679651 \times 10^{-2}$
CN	$-8,500455 \times 10^{-9}$	$-3,539773 \times 10^{-8}$	$-3,073786 \times 10^{-8}$	$-9,886922 \times 10^{-9}$
FPDURE	$-9,206262 \times 10^{-9}$	$-3,390177 \times 10^{-9}$	$-2,559951 \times 10^{-9}$	$1,119923 \times 10^{-8}$
Grau de separação	98,60%	1,21%	0,16%	0,03%

Fonte: Elaboração própria.

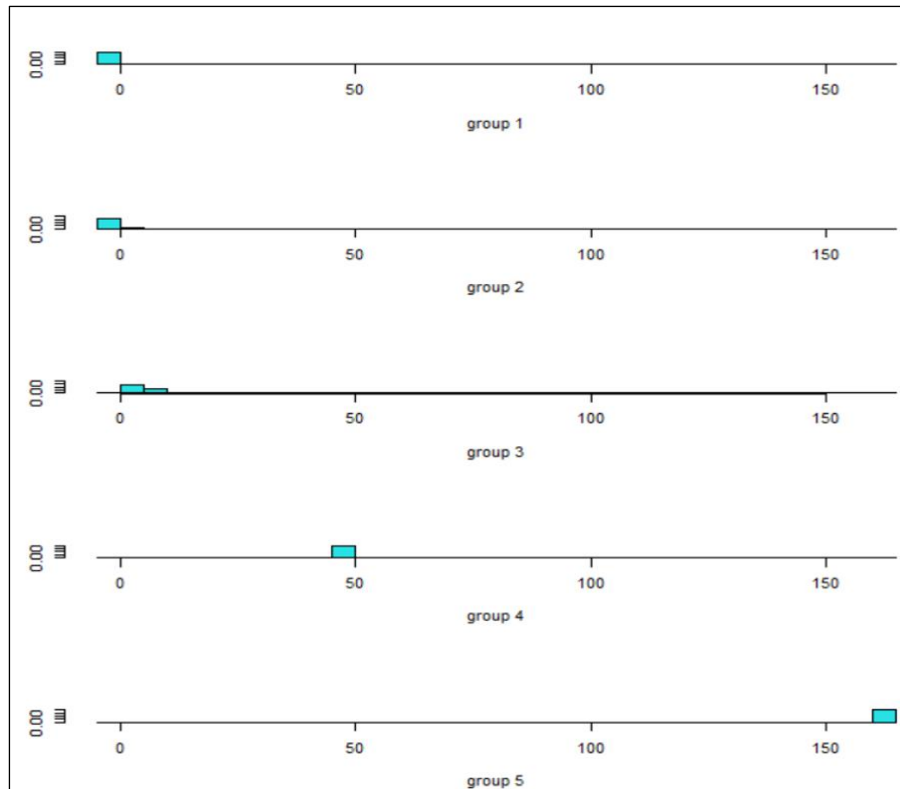
A função discriminante linear indica a equação linear associada com cada grupo e seus escores correspondem aos coeficientes de regressão na análise de regressão múltipla. Utiliza-se a função discriminante linear para determinar como as variáveis preditoras se diferenciam entre os grupos (Minitab 18, 2002). Os grupos com a maior função discriminante linear ou coeficientes de regressão contribuem mais para a classificação das observações, de modo que uma média ponderada das médias de cada grupo verdadeiro é utilizada para descrever o centro de todas as observações nos dados. Assim, é possível escrever uma única função discriminante (Minitab 18, 2002).

A primeira função discriminante é uma combinação linear das onze variáveis e apresentou separação percentual de 98,60%. Dessa forma, nota-se que a primeira função discriminante apresentou melhor desempenho em relação à discriminação dos grupos. Dado que LD1 é quem mais contribui para a classificação das observações, apresenta-se o seu histograma na Figura 2.

Na Figura 2, o eixo  $x$  representa os coeficientes gerados para os planos. Por meio dele, é possível visualizar que os grupos 4 e 5 não sofrem sobreposição, ou seja, ambos são discriminados corretamente pelo modelo. O grupo 3 sofre uma pequena sobreposição com o grupo 2, enquanto os grupos 1 e 2 apresentam, entre si, uma sobreposição mais visível, o que



pode indicar que o modelo pode confundir a classificação dos grupos entre ambos, em especial, o grupo 2.



**Figura 2 – Histograma LD1**

Fonte: Elaboração própria via R.

De acordo com os dados de treinamento: 61 planos fazem parte do grupo 1; 25 planos, do grupo 2; 9, do grupo 3; 2, do grupo 4; e 1, do grupo 5. A classificação realizada pelo modelo (com base nas variáveis utilizadas), no entanto, indicou que: 69 planos pertencem ao grupo 1; 18 planos, ao grupo 2; 8 planos, ao grupo 3; 2 planos, ao grupo 4; e 1 plano, ao grupo 5. Assim, o modelo classificou de forma correta os planos pertencentes aos grupos 4 e 5 e de forma incorreta 8 dos 25 planos do grupo 2 e 1 dos 9 planos do grupo 3. Ademais, o modelo apresentou confiabilidade de 90,82%.

Para os dados de teste: 42 planos estão no grupo 1; 17, no grupo 2; 2, no grupo 3; e apenas 1 plano no grupo 4. A classificação do modelo, contudo, indicou que: 50 planos estão grupo 1; 9 planos, no grupo 2; 2, no grupo 3; 0, nos grupos 4 e 5. Assim, o modelo classificou de forma correta os planos integrantes dos grupos 1 e 3 e de forma incorreta 8 dos 17 planos do

grupo 2 e 1 plano do grupo 4, que passou a ser classificado no grupo 3. Ademais, o modelo apresentou confiabilidade de 85,48%.

Dessa forma, tem-se que a análise discriminante foi capaz de classificar os planos nos grupos pré-determinados pela análise de *cluster* e bem apresentar os fatores determinantes para a classificação, por meio de uma abordagem linear, uma ferramenta de fácil interpretação, visualização e modelagem (Silva & Macedo, 2020).

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi analisar, de maneira comparativa, os planos de benefício definido ofertados por EFPC no Brasil, com um recorte do ano de 2020, no âmbito da solvência, similaridades e diferenças entre os planos.

Diante disso, a solvência foi inicialmente observada a partir do patrimônio de cobertura dos planos. Assim, observaram-se a existência de 136 planos solventes e 93 insolventes, totalizando os 229 planos.

A análise exploratória permitiu identificar os patamares de taxas de juros utilizados pelos planos observados, valores compreendidos entre 3,5 e 6% a.a. Ressalta-se que a escolha da taxa de juros deve seguir as diretrizes indicadas na Resolução CNPC n. 30/2018, que diz, em seu art. 5º, que a “taxa de juros real anual utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições de um plano de benefícios corresponderão ao valor esperado da rentabilidade futura de seus investimentos” (CNPC, 2018).

A análise exploratória também nos deu indícios de que os planos que utilizaram tábuas de mortalidade modificadas (agravadas ou suavizadas) apresentam melhores resultados de solvência do que os planos que utilizaram tábuas “originais”. O mesmo ocorreu com as tábuas de entrada em invalidez.

A análise de agrupamentos, por sua vez, objetivou agrupar os planos de acordo com as suas similaridades, dadas pelas informações constantes dos demonstrativos atuariais dos planos no ano de 2020. Nesse caso, a análise foi realizada com base nas variáveis: sigla do plano, *duration* do passivo, número de participantes ativos, taxa real de juros, patrimônio de cobertura, insuficiência de cobertura, fundo previdencial, ativo líquido, reserva matemática, resultado do exercício, percentual da reserva matemática em relação ao resultado do exercício, déficit, equacionamento do déficit, superávit, reserva de contingência, reserva especial, contribuições dos participantes, patrocinador e assistidos, e por fim, o custo normal do ano. De acordo com o modelo sugerido, os 160 planos observados (retiraram-se aqueles com informações faltantes)

foram alocados, de acordo com as suas similaridades, em 5 grupos (*clusters*) distintos. Nesse caso, foi verificado que o modelo agrupou os planos de acordo com o porte deles, de 1 a 5, do menor ao maior porte, nessa ordem. Aplicando teste de hipótese qui-quadrado, foi constatado que não existem evidências estatísticas que mostrem diferenças significativas na proporção de planos solventes por porte.

Por fim, foi realizada a análise multivariada discriminante, que tinha como objetivo discriminar (classificar) os planos a partir dos grupos encontrados na análise de agrupamentos e a partir das informações dos demonstrativos atuariais dos planos no ano de 2020. Dessa forma, foi verificado um modelo que melhor discriminasse as diferenças entre os grupos com base nas variáveis independentes: participantes ativos, reserva matemática, tábua de mortalidade modificada, patrimônio de cobertura, insuficiência de cobertura, ativo líquido, *duration* do passivo, custo normal do ano e fundo previdencial. Assim, o modelo de treinamento mostrou confiabilidade de 90,82% na divisão dos planos entre os grupos, ao passo que o modelo de teste, uma confiabilidade de 85,48%.

Para estudos futuros, sugere-se: a inclusão de planos de contribuição variável; a adição de variáveis não constantes em demonstrativos atuariais, tais quais as referentes à governança das entidades; a inserção do fator temporal à modelagem, isto é, a utilização de dados em painel; a proposição de uma comparação entre diferentes métodos de classificação – entre a função discriminante, aqui utilizada, e a regressão logística multinomial.

Quanto à contribuição à literatura, tem-se que enquanto trabalhos anteriores (Sobrinho, 2015; Monteiro & Leão, 2012) destacaram o efeito das tábuas biométricas sobre o cálculo das reservas e o resultado atuarial, o presente trabalho, adicionalmente, evidenciou o efeito de tábuas biométricas (de mortalidade geral e de entrada em invalidez) modificadas sobre o *status* de solvência dos planos; além disso, utilizou-se de metodologia pouco aplicada ao tema, isto é, a análise multivariada de dados. Os achados desta pesquisa também têm o potencial de contribuir para que haja um melhor entendimento acerca do segmento de previdência complementar fechada, beneficiando de gestores dos referidos planos e os órgãos de fiscalização e regulação, Previc e CNPC.

## REFERÊNCIAS

- Achim, Z., & Torsten, H. (2002). Diagnostic Checking in Regression Relationships. *R News*, 2(3), 7-10.
- Azevedo, P. R. M. (2016). *Introdução à estatística*. 3. ed. EDUFRN, Natal.

Beltrão, K. I; Leme, F. P; Mendonça, J. L., & Sugahara, S. (2004). Análise da estrutura da previdência privada brasileira: evolução do aparato legal. In: Ipea. Texto para discussão n. 1.043. Rio de Janeiro, set. 2004. [https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/2205/1/TD\\_1043.pdf](https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/2205/1/TD_1043.pdf)

Chan, B. L; Silva, F. L., & Martins, G. A. (2007). Uma reflexão sobre o equilíbrio dos planos de benefícios de caráter previdenciário a partir das demonstrações contábeis dos fundos de pensão. RIC/UFPE – Revista de Informação Contábil, 1(1), 69-87. <https://periodicos.ufpe.br/revistas/ricontabeis/article/download/7727/7813>

Conselho Nacional de Previdência Complementar. (2018). Resolução n. 30, de 10 de outubro de 2018. Dispõe sobre as condições e os procedimentos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar na apuração do resultado, na destinação e utilização de superávit e no equacionamento de déficit dos planos de benefícios de caráter previdenciário que administram, bem como estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, 30 nov. 2018, ed. 230, seção 1, p. 56, Retirado de: <http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/11/cnprecres30.pdf>

Corrar, L. J; Paulo, E., & Dias Filho, J. M. (2007). Análise multivariada para os cursos de Administração, Ciências Contábeis e Economia. Atlas.

Corrêa, C. S. (2018). Premissas atuariais em planos previdenciários: uma visão atuarial-demográfica. Appris.

Dias, C. R. B., & Santos, J. (2009). Mensuração de passivo atuarial de fundos de pensão: uma visão estocástica. Anais do 9º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade. São Paulo, USP, 30 e 31 de julho de 2009. <https://congressousp.fipecafi.org/anais/artigos92009/147.pdf>

Ferreira, D. F. (2011). Análise multivariada. 2. ed. Lavras: UFLA, Minas Gerais.

Fundação Refer. (2022). Demonstração atuarial.

Gazzoni, A. F. (2014). Precificação de ativos e passivos e solvência de planos de benefícios. Ancep, VI Encontro.

Hair Jr; J. F.; Black, W. C; Babin, B.J; Anderson, R. E., & Tatham, R. L. (2009). Análise multivariada de dados. 6. ed. Bookman, Porto Alegre.

Lazzari, J. B., & Castro, C. A. P. (2016). Direito Previdenciário. Forense.

Maechler, M; Rousseeuw, P; Struyf, A; Hubert, M., & Hornik, K. (2022). Cluster Analysis Basics and Extensions. R package.

Monteiro, J. R. & Leão, L. C. S. (2012). Risco Atuarial no contexto da Supervisão Baseada em Riscos para fundos de pensão: um estudo sobre tábuas de mortalidade e taxas de juros. 59 p. [TCC, Graduação, Curso de Ciências Atuariais, Instituto de Matemática e Estatística]. Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Minitab 18. (2022). Interpretar todas as estatísticas e gráficos para análise discriminante.

Nesse, A. & Giambiagi, F. (2020). Fundamentos da Previdência Complementar: da administração à gestão de investimentos. Atlas.

Padovani, C. R. (2016). Apostila de Análise Multivariada. Departamento de Bioestatística. IB/Unesp, São Paulo. 133p.

Paz, A. (2001) Fundos de Pensão – Uma introdução à administração da solvência. Revista do 22º Congresso Brasileiro dos Fundos de Pensão, 132-140. Espírito Santo.

- Petros. (2022). Planos/PPSP-Repacutados.
- Postalis. (2022a). A Solução Encontrada Para O Plano BD.
- Postalis. (2022b). Demonstrativo Atuarial.
- Previc. (2021). Relatório Gerencial de Previdência Complementar.
- Previc. (2022). Resolução Previc n. 7, de 23 de março de 2022.
- R-Bloggers. (2021). Cluster Analysis in R.
- R Core Team. (2020). R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing.
- Real Grandeza. (2022). Conheça o Plano BD.
- Reis, A. (2019). Curso básico de previdência complementar. 4. ed. Revista dos tribunais.
- Revelle, W. (2022). Psych: Procedures for Personality and Psychological Research, Northwestern University, Evanston, Illinois.
- Rodrigues, J. A. (2014). Amortização de déficits atuariais em planos de benefícios definido. Revista do BNDES 41.
- Rodrigues, J. A. (2008). Gestão de risco atuarial. Saraiva.
- Santos Júnior, L. C. (org.). (2020). Aspectos gerais de previdência complementar: para quem e para quem. Módulo 2. João Pessoa.
- Silva, L. S. (2020). Análise do Resultado Atuarial dos RPPS Municipais do Estado da Paraíba [TCC, Dissertação]. João Pessoa.
- Silva, J. P. F & Macedo, A. I. (2020). Análise discriminante linear.
- Sobrinho, B. L. (2015). Formulação com taxa de juros e tábuas de mortalidade variáveis ao longo do tempo como parâmetro para aferição da razoabilidade dos valores das provisões matemáticas. 73p [Monografia, especialização, Curso de Ciências Atuariais e Demografia, Departamento de Demografia e Ciências Atuariais]. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Sokal, R. R. & Rohlf, F. J. (1962). The comparison of dendrograms by objective methods, 11(2), 33-44.
- Souza, L. F. D. & Costa, F. M. (2015). Equilíbrio atuarial dos planos previdenciários de benefício definido: relação entre características dos fundos de pensão e a escolha de premissas atuariais. IX Congresso ANPCONT.
- Venables, W. N; & Ripley, B. D. (2002). Modern Applied Statistics with S. 4th ed. Springer, ISBN 0-387-95457-0. New York.
- Weihls, C.; Ligges, U.; Luebke, K. & Raabe, N. (2005). klaR Analyzing German Business Cycles. In: Baier, D., Decker, R. and Schmidt-Thieme, L. (eds.). Data Analysis and Decision Support, Springer-Verlag, 335-343, Berlin.
- Wickham, H.; Hester, J.; Chang, W. & Bryan, J. (2021). Devtools: Tools to Make Developing R Packages Easier. R package version 2.4.3.